සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

දේවි බාලිකා විද්‍යාලය - කොළඹ

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2025 නොවැම්බර්

සංයුක්ත ගණිතය

13 ශ්‍රේණිය

★ ප්‍රශ්න 5ක් සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

B කොටස

11. (a) $a \neq 0$ වන පරිදි වූ $ax^2 - (a + 1)x + 1 - 2a = 0$ යන වර්ගජ සමීකරණයේ මූල තාත්වික හා ප්‍රභින්න බව පෙන්වන්න.

මෙහි මූල α හා β නම්, හා $\alpha = 2\beta$ නම්, $20a^2 - 5a + 2 = 0$ බව පෙන්වන්න.
$\alpha > 0$ නම්, a හි අගය කුලකය සොයන්න.

$a\alpha^2$ හා $a\beta^2$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $H(x) = 0$ නම්, $H(x)$ සොයා එහි හැරුම් ලක්ෂ්‍යය $(0, 4a^2)$ නම්, a හි අගය සොයන්න.

(b) (i) $F(x) = x^6 - 2x^3 + 6$ යැයි ගනිමු.
සාධක ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් $F(x)$ සඳහා $(x - \alpha)$ ආකාරයේ සාධකයක් නොමැති බව පෙන්වන්න. මෙහි α යනු නියතයකි

(ii) $g(x) = ax^4 + bx^3 - 6x^2 + cx + 18$ යැයි ගනිමු.
$(x - 1)$ හා $(x - 2)$ යනු $g(x)$ හි සාධක වන පරිදි හා $(-1, 12)$ යන ලක්ෂ්‍යය $g(x)$ හි පථය මත පිහිටන පරිදි a, b හා c හි අගයන් සොයා $g(x)$ හි ඉතිරි වර්ගජ සාධකය ද ලියා දක්වන්න.

12. (a) 15 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත මිතුරන් කණ්ඩායමක් උද්‍යානයක් නැරඹීම සඳහා යන අතර මෙම කණ්ඩායමෙහි පහත පරිදි පවුල් 4 ක් සිටිති.

- ♦ පෙරේරා මහතා, මහත්මිය හා ඔවුන්ගේ දරුවන් 4 දෙනා
- ♦ ප්‍රනාන්දු මහතා, මහත්මිය හා ඔවුන්ගේ දරුවන් 3 දෙනා
- ♦ සපරමාදු මහත්මිය හා ඇගේ දරුවා
- ♦ සිල්වා මහතා හා එම මහත්මිය

(i) මොවුන් මෝටර් රථ 3 කින් මෙම ගමන පිටත් විය. එහිදී එක් එක් මෝටර් රථයෙහි 6 දෙනෙකු ද, 5 දෙනෙකු හා 4 දෙනෙකු බැගින් පැමිණි අතර ඒවා පිළිවෙලින් ප්‍රනාන්දු මහතා, සපරමාදු මහත්මිය හා සිල්වා මහතා ධාවනය කරයි නම්, ඉතිරි 12 දෙනා මෙම මෝටර් රථ 3 අතර බෙදී යා හැකි ආකාර කීය ද?

(ii) මොවුන් උද්‍යානයට ඇතුළු වීමේ දී පිවිසුම් දොරටුවෙන් වරකට එක් අයෙකුට පමණක් යා හැකි ය. ප්‍රනාන්දු මහතා මුලින් ගියේ නම් හා සෑම පවුලකම සාමාජිකයන් පෙළට ඇතුළු වන්නේ නම් ඇතුළු විය හැකි ආකාර කොපමණද?

උද්‍යානය තුළදී මොවුන් නරඹයකට ඉදිරිපත් වේ.
ඒ සඳහා වැඩිහිටියන් 4 දෙනෙකු හා ළමුන් 3 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් අවශ්‍ය වේ.

(iii) මෙම ළමුන් 3 දෙනා පවුල් 3 ම නියෝජනය වන පරිදි සෑදිය හැකි කණ්ඩායම් ගණන සොයන්න.

(iv) අවම වශයෙන් පෙරේරා මහතා හෝ ප්‍රනාන්දු මහතා මෙම කණ්ඩායම් වල සිටිය යුතු නම්, කණ්ඩායම් සෑදිය හැකි අකාර ගණන සොයන්න.

(b) $U_r = \dfrac{2r+1}{r(r+1)(r+2)}$ හා $V_r = \dfrac{k(4r+1)}{r(r+1)}$ වේ.

$U_r = V_r - V_{r+1}$ වන පරිදි k හි අගය සොයන්න.

එනයින් $\sum_{r=1}^{n} U_r$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න.

එනයින් $W_r = U_{2r-1} + U_{2r}$ නම්, $\sum_{r=1}^{n} W_r$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} W_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේද? නොවේද?

13. (a) $P = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ හා $Q = \lambda\begin{pmatrix} 1 & m \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$PQ = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$ නම්, λ හා m හි අගයන් සොයන්න. P^{-1} සොයන්න.

$A\,(PQ)^T = P\,(P+Q)$ නම් A සොයන්න.

(b) (i) $z_1 = \dfrac{1+i}{1-i}$ හා $z_2 = \dfrac{\sqrt{2}}{1-i}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $x + iy$ ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න. ඒවායේ මාපාංක හා විස්තාරය සොයන්න. z_1, z_2 හා $z_1 + z_2$ ආගන්ඩ සටහන ලකුණු කර $\text{Arg}(z_1 + z_2) = \dfrac{3\pi}{8}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $2 < |z - 3 - 4i| \leq 5$ හා $\dfrac{\pi}{6} < \text{Arg}\,(z - 3 - 4i) \leq \dfrac{\pi}{2}$ අසමානතා තෘප්ත කරන p (z) ලක්ෂ්‍යය දක්වෙන ප්‍රදේශය ආගන්ඩ සටහන අඳුරු කර දක්වන්න. |z| හි උපරිම අගය සොයා එම පිහිටීමට අනුරූප සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ලියන්න.

(iii) ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය දර්ශකයක් සඳහා ද මුවාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$z = \cos\theta + i\sin\theta$ නම්, $z + \dfrac{1}{z} = 2\cos\theta$ හා $z - \dfrac{1}{z} = 2i\sin\theta$ බව පෙන්වන්න.

$\left(z+\dfrac{1}{z}\right)^8 + \left(z-\dfrac{1}{z}\right)^8$ ප්‍රසාරණය සැලකීමෙන්

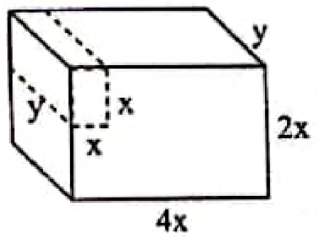
$64\,(\cos^8\theta + \sin^8\theta) = \cos 8\theta + 28\cos 4\theta + 35$ බව පෙන්වන්න.

CamScanner

14. (a) $f(x) = \dfrac{9(x^2-2x-4)}{(x-2)^3}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x \neq 2$ සඳහා $\dfrac{-9(x^2-16)}{(x-2)^4}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$f''(x) = \dfrac{18[(x+1)^2-33]}{(x-2)^5}$ බව දී ඇත. $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වන්නේ $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහන අඳින්න.
ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් $(x-2)^3 = 3(x^2-2x-4)$ සමීකරණයේ විසඳුම් ගණන සොයන්න.

(b) 4x, 2x හා y වන ඝනකයක හැඩ ඇති ලී කුට්ටියකින් x, x, y වන ඝනකයක හැඩ ඇති කොටසක් ඉවත් කළ පසු ලැබෙන ලී කුට්ටියක රූපයක් රූප සටහනේ දැක්වේ. එහි පරිමාව 441 cm^3 විට එහි පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය S යන්න $S = 14x^2 + 12xy$ මගින් දෙනු ලැබේ. S අවම x හි අගය සොයන්න.



15. (a) සුදුසු ආදේශයක් යොදාගෙන අනුකලනය කරන්න.

$$\int \frac{\sqrt{x}\,dx}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}$$

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_0^1 x^2 e^{2x+3}\,dx$ අනුකලනය කරන්න.

(c) $\int_0^4 |x-2|\,dx$ අගයන්න.

16. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, BC, CA පාදවල සමීකරණ පිළිවෙළින් $3x+y-7=0$, $x+2y+1=0$ සහ $2x-y+2=0$ වේ. $A\hat{C}B = 90^0$ බව පෙන්වන්න. AB පාදය විශ්කම්භය වන වෘත්තයේ සමීකරණය $S_1 : x^2+y^2-4x-2y-5=0$ බව පෙන්වන්න. තවද මෙම වෘත්තය C ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව පෙන්වන්න.

$S_2 : x^2+y^2+2x-6y-1=0$ යැයි ගනිමු. $S_1=0$ හා $S_2=0$ වෘත්ත එකිනෙක ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න. $S_1=0$ හා $S_2=0$ වෘත්තවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නා වූ ද, $S_1=0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන්නා වූ වෘත්තයේ සමීකරණය $S_3 : 3x^2+3y^2+18x-26y+5=0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

17. (a) $\dfrac{\sin 7\theta - \sin 5\theta - \sin 3\theta + \sin\theta}{\cos 7\theta - \cos 5\theta + \cos 3\theta - \cos\theta} = \tan 2\theta$ බව පෙන්වන්න.

(b) (i) කෝසයින නීතිය ලියා දක්වන්න.

(ii) සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $\dfrac{\cos A + 2\cos C}{\cos A + 2\cos B} = \dfrac{\sin B}{\sin C}$ වේ නම්, ABC යනු සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න. මෙහි $A \neq \pi/2$ වේ.

(c) $2\tan^{-1}(2x) - \sin^{-1}x = \cos^{-1}(x)$ විසඳන්න.

AL API

Papers Group

CamScanner